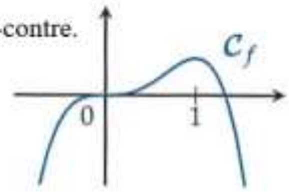
Corrigé Bilan fin de 1ère EDS MATHS : Les fonctions

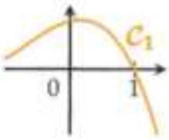
Exercice 1

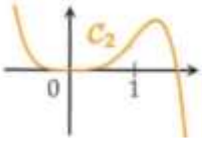
Pour chaque question, une seule réponse proposée est correcte.
Déterminez laquelle en justifiant.

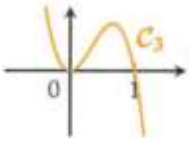
1. On considère une fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre.
Alors, la fonction f' est représentée par :



a) C_1 b) C_2 c) C_3







D'après la courbe C_f, f est croissante sur $]-\infty; 1]$ et décroissante sur $[1\,;+\infty[$ donc f' est positive sur $]-\infty; 1]$ et négative sur $[1\,;+\infty[$;

De plus on peut remarquer que la courbe C_f admet des tangentes horizontales en 0 et en 1, ce qui veut dire que $f'(0) = 0$ et $f'(1) = 0$;

Donc c'est la courbe C_3 . Réponse c)

2. Soit $g: x \mapsto (x^2-1)\sqrt{x}$. Alors, pour tout réel x strictement positif, $g'(x)$ est égal à :

a) $x\frac{1}{\sqrt{x}}$ b) $\frac{5x^2-1}{2\sqrt{x}}$ c) $2x\sqrt{x} - \frac{x^2-1}{2\sqrt{x}}$

g est de la forme produit uv , alors sa dérivée est $u'v + v'u$

avec $u(x) = x^2 - 1$ et $v(x) = \sqrt{x}$,

alors $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Donc $g'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2-1}{2\sqrt{x}} = \frac{4x^2+x^2-1}{2\sqrt{x}} = \frac{5x^2-1}{2\sqrt{x}}$ Réponse b)

3. Soit $h: x \mapsto x - \frac{1}{x}$. La tangente à C_h au point d'abscisse -1 a pour équation :

a) $y = 2x + 2$ b) $y = -2$ c) $y = x + 3$

$h(x) = x - \frac{1}{x}$ dérivable pour tout $x \neq 0$ avec $h'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$.

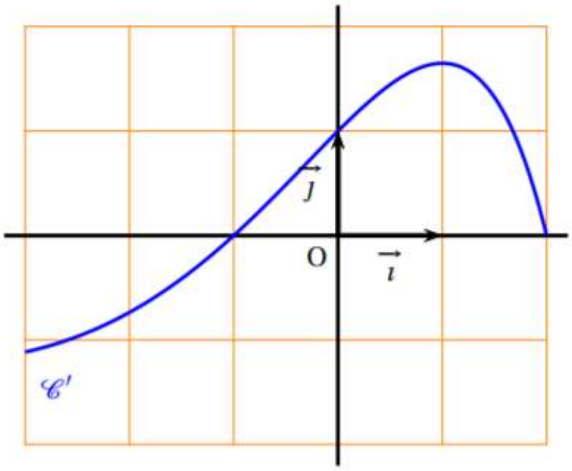
La tangente au point d'abscisse -1 a pour équation : $y = h'(-1)(x+1) + h(-1)$ soit : $y = 2(x+1) + 0$

donc l'équation de la tangente à la courbe de h en -1 est : $y = 2x + 2$ Réponse a)

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On considère une fonction f dérivable sur l'intervalle $[-3 ; 2]$.
On dispose des informations suivantes :

- $f(0) = -1$.
- la dérivée f' de la fonction f admet la courbe représentative $\mathscr{C}'$ ci-dessous.



Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3, -1]$, $f'(x) \leqslant 0$.

Pour tout x de $[-3\ ;\ -1]$, C' est en dessous de l'axe des abscisses donc $f'(x) \leq 0$.
L'affirmation est VRAIE.

2. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1 ; 2]$.

$f\,'$ est positive sur $[-1; 2]$ (car C' est au dessus de l'axe des abscisses sur $[-1; 2]$)
donc f est croissante sur $[-1; 2]$.
L'affirmation est VRAIE.

3. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3 ; 2]$, $f(x) \geqslant -1$.

D'après le graphique de la fonction dérivée, on donne le signe de $f'(x)$ pour en déduire les variations de f ; de plus on sait que $f(0) = -1$;alors on peut constituer le tableau :

x	-3		-1	0	2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		-1 ↗	

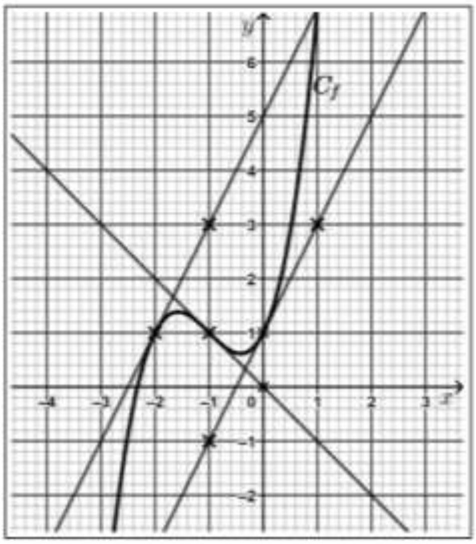
On en déduit que le minimum de f sur $[-3; 2]$ est atteint en -1 et sa valeur est inférieure à -1.
Donc pour tout x de $[-3\ ;\ 2]$ on ne peut pas affirmer que $f(x) \geq -1$
L'affirmation est FAUSSE.

4. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 passe par le point de coordonnées $(1 ; 0)$.

On a : $f'(0) = 1$ et $f(0) = -1$ donc la tangente à C_f au point d'abscisse 0 a pour équation : $y = f'(0)(x) + f(0)$ soit : $y = x - 1$ donc elle passe par le point $(1; 0)$. L'affirmation est VRAIE.

Exercice 3

Dans la figure ci-contre, on a tracé C_f , la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à C_f aux points d'abscisses -2, -1 et 0.



1. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-1	0
$f(x)$	1	1
$f'(x)$	-1	2

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1\ .$$

2. a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x.

f est une fonction polynôme donc dérivable sur $\mathbb{R}$
et pour tout réel x , $f'(x) = 3x^2 + 6x + 2$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = 0$.

$f'(x)$ est un polynôme du second degré avec $\Delta = 12$, $\Delta > 0$

Donc $f'(x) = 0$ a deux solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6-2\sqrt{3}}{6} = \frac{-3-\sqrt{3}}{3}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+\sqrt{3}}{3}$

3. Dresser le tableau de la variation de la fonction f.

On sait que $f'(x)$ est du signe de a=3 >0 à l'extérieur de ses racines $x_1 = \frac{-3-\sqrt{3}}{3}$ et $x_2 = \frac{-3+\sqrt{3}}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{3}}{3}$		$\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{9+2\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	$\frac{9-2\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	

4. Le point $S(-4\,;\,-3)$ appartient-il à la tangente à C_f au point d'abscisse $x = -2$?

La tangente à C_f au point d'abscisse -2 a pour équation : $y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$
soit : $y = 2(x+2) + 1$ donc : $y = 2x + 5$
De plus pour $x = -4$, on a $y = -3$.
Donc le point $S(-4\,;\,-3)$ appartient bien à la tangente à C_f au point d'abscisse -2.

Exercice 4

QCM : Pour chaque question une seule réponse est exacte. Déterminer laquelle en justifiant.

1. L'inéquation $|x| \geqslant 3$ a pour solution dans $\mathbb{R}$:

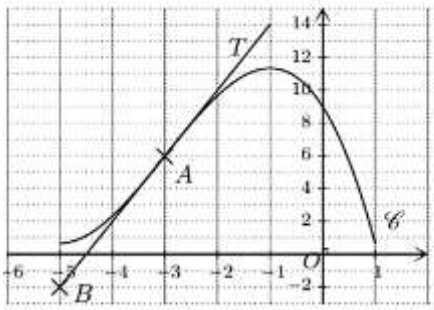
   A : $[-3\ ;\ 3]$; **B :** $]-\infty\ ;\ -3] \cup [3\ ;\ +\infty[$; **C :** $[3\ ;\ +\infty[$.

   Par lecture graphique de la courbe représentative de la fonction valeur absolue, on peut dire que : $|x| \geq 3$ équivaut à $x \leq -3$ ou $x \geq 3$ Réponse B

2. On a représenté dans le repère orthogonal ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\ ;\ 1]$. La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A(-3\ ;\ 6)$ et passe par le point $B(-5\ ;\ -2)$.

   Alors $f'(-3)$ est :

   A : égal à 4 ; **B :** égal à 6 ; **C :** négatif.



   $f'(-3)$ est le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C au point A d'abscisse -3 donc on peut lire graphiquement que : $f'(-3) = 4$ Réponse A

3. Soit g la fonction définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{1}{x} + 3\sqrt{x}$.

   L'expression de $g'(x)$ est :

   A : $\dfrac{-2+3x\sqrt{x}}{2x^2}$; **B :** $-\dfrac{1}{2x} + \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$; **C :** $\dfrac{-2\sqrt{x}+3x^2}{x^2+2\sqrt{x}}$.

   $\forall x \in]0;+\infty[$ on a $g'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{3}{2\sqrt{x}} = \frac{-1}{x^2} + \frac{3\sqrt{x}}{2x} = \frac{-2}{2x^2} + \frac{3x\sqrt{x}}{2x^2} = \frac{-2+3x\sqrt{x}}{2x^2}$

   Réponse A

4. Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = (2x - 5)^3$.

   Une expression de la dérivée de f est :

   A : $3(2x - 5)^2$ **B :** $6(2x - 5)^2$ **C :** $2(2x - 5)^2$

   On a : $f(x) = g(2x-5)$ avec $g(x) = x^3$ et $g'(x) = 3x^2$

   donc $f'(x) = 2 \times g'(2x-5)$

   $f'(x) = 2 \times 3(2x-5)^2 = 6(2x-5)^2$ Réponse B

Exercice 5

1. Étudier le signe de la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^2 + 4x + 3$.

Pour étudier le signe de P, on résout l'équation $P(x) = x^2 + 4x + 3 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4 > 0$ donc 2 racines : $x_1 = \frac{-4-2}{2} = -3$ et $x_2 = \frac{-4+2}{2} = -1$

De plus le coefficient $a = 1 > 0$ et $P(x)$ est du signe de a à l'extérieur des racines

Donc $P(x)$ est positif sur $]-\infty; -3] \cup [-1; +\infty[$ et $P(x)$ est négatif sur $[-3; -1]$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-2;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x+2}$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]-2;\ +\infty[$.

2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]-2;\ +\infty[$, $f'(x) = \frac{P(x)}{(x+2)^2}$ où f' est la fonction dérivée de f.

On pose $u(x) = x^2 + x - 1$ et $u'(x) = 2x + 1$

$v(x) = x + 2$ et $v'(x) = 1$.

$les\ fonctions\ u\ et\ v\ sont\ défines\ et\ dérivables\ sur$ $]-2;\ +\infty[$

et $v(x) \neq 0\ sur\ ]-2;\ +\infty[$

Alors f est définie et dérivable sur $]-2;\ +\infty[$ avec :

$f\,'(x) = \frac{(2x+1)(x+2)-1(x^2+x-1)}{(x+2)^2} = \frac{2x^2+4x+x+2-x^2-x+1}{(x+2)^2} = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$

Donc pour tout réel x de l'intervalle $]-2;\ +\infty[$, $f\,'(x) = \frac{P(x)}{(x+2)^2}$

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]-2;\ +\infty[$, et construire le tableau de variations de la fonction f sur $]-2;\ +\infty[$.

Comme $f'(x) = \frac{P(x)}{(x+2)^2}$ et $(x+2)^2 \geq 0$ pour tout $x \in]-2;\ +\infty[$

Alors le signe de $f'(x)$ sera celui de $P(x)$.

x	-2		-1		$+\infty$
Signe de $P(x)$		$-$	0	$+$	
Signe de $f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
Variation de $f(x)$	‖	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

4. Donner le minimum de la fonction f sur $]-2;\ +\infty[$ et la valeur pour laquelle il est atteint (on donnera les valeurs exactes).

D'après le tableau de variations ci-dessus, le minimum de f est -1 atteint pour x = -1.

5. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 2.

Le coefficient directeur de la tangente T à la courbe Cf au point d'abscisse 2 est :

$f\,'(2) = \frac{2^2+4(2)+3}{(2+2)^2} = \frac{15}{16}$

Exercice 6

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{-x+2}{x^2+5}$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. Démontrer que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.

$f(x) = \frac{-x+2}{x^2+5}$ alors f est définie pour tout x tel que $x^2 + 5 \neq 0$

Or $\forall\, x \in \mathbb{R}, \quad x^2 + 5 > 0$

Donc f est définie sur $\mathbb{R}$.

2. a. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

f est une fonction rationnelle, dont le dénominateur ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$,

donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

b. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{x^2-4x-5}{(x^2+5)^2}$.

$\forall\, x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = \frac{-1(x^2+5)-2x(-x+2)}{(x^2+5)^2}$

$f'(x) = \frac{-x^2-5+2x^2-4x}{(x^2+5)^2}$

$f'(x) = \frac{x^2-4x-5}{(x^2+5)^2}$

3. Déterminer l'abscisse des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ en lesquels la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

La tangente à la courbe C_f est parallèle à l'axe des abscisse pour tout réel x tel que $f'(x) = 0$.

$f'(x) = 0 \iff \frac{x^2-4x-5}{(x^2+5)^2} = 0 \iff x^2 - 4x - 5 = 0$ or -1 est une racine évidente de ce polynôme

$\iff (x+1)(x-5) = 0$

$\iff x = -1$ ou $x = 5$

Donc C_f admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisse aux points d'abscisse $x = -1$ et $x = 5$.

4. a. Montrer que l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est $y = -\dfrac{1}{5}x + \dfrac{2}{5}$.

L'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0 est : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

Avec $f(0) = \frac{2}{5}$ et $f'(0) = -\frac{1}{5}$

Donc l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0 est : $y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$

b. Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) - \left(-\dfrac{1}{5}x + \dfrac{2}{5}\right) = \dfrac{x^2(x-2)}{5(x^2+5)}$.

$\forall\, x \in \mathbb{R}, \quad f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{-x+2}{x^2+5} + \frac{x-2}{5}$

$f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{5(-x+2)+(x^2+5)(x-2)}{5(x^2+5)}$

$f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{-5(x-2)+(x^2+5)(x-2)}{5(x^2+5)}$

$f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{(x-2)(-5+x^2+5)}{5(x^2+5)}$

$f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{(x-2)x^2}{5(x^2+5)}$

c. En déduire la position relative de $\mathscr{C}_f$ par rapport à T.

$\forall\, x \in \mathbb{R}, \quad x^2 \geq 0$ et $5(x^2+5) > 0$ donc $f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right)$ est du signe de $x - 2$.

C'est-à-dire que : $f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) \geq 0$ pour tout $x \geq 2$

et $f(x) - \left(-\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) \leq 0$ pour tout $x \leq 2$

Donc C_f est en dessous de T sur l'intervalle $]-\infty; 2]$ et au-dessus de T sur l'intervalle $[2; +\infty[$.

Exercice 7

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = 4x + 1 - \dfrac{1}{3 - x}$.

1) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = \dfrac{(-2x + 5)(-2x + 7)}{(3 - x)^2}$

$\forall\, x \neq 3,\ f(x) = 4x + 1 - \frac{1}{3-x}$

La fonction $x \longmapsto 4x + 1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

La fonction $x \longmapsto -\frac{1}{3-x}$ est dérivable sur $]-\infty; 3[$ et sur $]3; +\infty[$

Alors, par somme, f est dérivable sur $]-\infty; 3[$ et sur $]3; +\infty[$.

$\forall\, x \neq 3,\quad f'(x) = 4 + \frac{-1}{(3-x)^2}$

$f'(x) = \frac{4(3-x)^2-1}{(3-x)^2}$

$f'(x) = \frac{(2(3-x)-1)(2(3-x)+1)}{(3-x)^2}$

$f'(x) = \frac{(6-2x-1)(6-2x+1)}{(3-x)^2}$

Donc $\quad f'(x) = \frac{(-2x+5)(-2x+7)}{(3-x)^2}$

2) Étudier les variations de f puis dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R} - \{3\}$.
On donnera les valeurs des extremum.

$\forall\, x \neq 3,\quad (3 - x)^2 > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $(-2x + 5)(-2x + 7)$

$(-2x + 5)(-2x + 7)$ est une forme factorisée d'un polynôme du 2nd degré ayant pour racines $\frac{5}{2}$ et $\frac{7}{2}$.

Or le coefficient $a = -2 \times (-2) = 4 > 0$.

Alors ce polynôme est positif à l'extérieur des racines

C'est-à-dire que : $f'(x)$ est positif sur $\left]-\infty; \frac{5}{2}\right]$ et sur $\left[\frac{17}{2}; +\infty\right[$

et $f'(x)$ est négatif sur $\left[\frac{5}{2}; 3\right[$ et sur $\left]3; \frac{7}{2}\right]$

Donc f est strictement croissante sur $\left]-\infty; \frac{5}{2}\right]$ et sur $\left[\frac{17}{2}; +\infty\right[$.

f est strictement décroissante sur $\left[\frac{5}{2}; 3\right[$ et sur $\left]3; \frac{7}{2}\right]$.

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		3		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$variations f$		↗	9	↘	‖	↘	17	↗	

Sur l'intervalle $]-\infty; 3[$, f admet un maximum local atteint en $x = \frac{5}{2}$ et qui vaut 9.

Sur l'intervalle $]3; +\infty[$, f admet un minimum local atteint en $x = \frac{7}{2}$ et qui vaut 17.

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $[0;\ +\infty[$ par $f(x)\ =\ \frac{e^{\,x}}{1+x}$. On note Cf la représentation graphique de f dans un repère du plan.

1. Déterminer les coordonnées du point A, point d'intersection de la courbe Cf avec l'axe des ordonnées.

L'abscisse du point A , intersection entre C_f et l'axe (Oy), est $x_A = 0$,

alors son ordonnée est : $y_A\ =\ f(0) = \frac{e^0}{1+0} = \frac{1}{1} = 1$

Donc $A(0;1)$.

2. La courbe Cf coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Justifier la réponse.

L'abscisse d'un point d'intersection entre C_f et l'axe (Ox), est solution de l'équation :

$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{e^x}{1+x} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad e^x = 0$

Or on sait que $e^x > 0$ pour tout réel x

Donc l'équation $f(x) = 0$ n'a pas de solution ;

ce qui veut dire que la courbe C_f ne coupe pas l'axe des abscisses.

3. On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0;\ +\infty[$.

Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0;\ +\infty[$, $f'(x)\ =\ \frac{xe^{\,x}}{(1+x)^2}$.

On sait que :

- la fonction $x \longmapsto e^x$ est dérivable sur $[0;+\infty[$.
- la fonction $x \longmapsto 1 + x$ est dérivable sur $[0;+\infty[$ et ne s'annule pas sur $[0;+\infty[$.

Donc par quotient, la fonction f est dérivable sur $[0;+\infty[$.

et $f'(x) = \frac{e^x(1+x)\ -\ 1\,e^x}{(1+x)^2} = \frac{e^x(1+x-1)}{(1+x)^2} = \frac{xe^{\,x}}{(1+x)^2}$

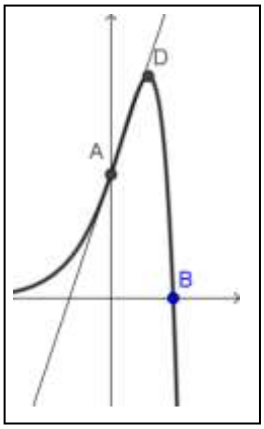
4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0;\ +\infty[$. En déduire le sens de variation de f sur $[0;\ +\infty[$.

x	0		$+\infty$
x	0	+	
e^x		+	
$(1+x)^2$		+	
$f'(x)$	0	+	

Donc f est strictement croissante sur $[0;\ +\infty[$.

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (5 - 2x)\mathrm{e}^x$.



On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f. Sur la figure ci-contre, on a tracé la courbe $\mathcal{C}$ dans un repère orthogonal où les unités ont été effacées.

A est le point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des ordonnées et B le point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.

D est le point de $\mathcal{C}$ dont l'ordonnée est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer les coordonnées des points A et B.

A est l'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et l'axe (Oy)
Alors son ordonnée est $y_A = f(0) = (5 - 2 \times 0)\mathrm{e}^0 = 5 \times 1 = 5$.
Donc $A(0\,;5)$

B est l'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et l'axe (Ox)
Alors son abscisse est solution de l'équation $f(\mathrm{x}) = 0$

$$\Leftrightarrow \quad (5 - 2x)\mathrm{e}^x = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad 5 - 2x = 0 \qquad \text{car } e^x > 0 \text{ sur } \mathbb{R}$$
$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{5}{2}$$

Donc $B(2{,}5\,;0)$

2. Soit f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (3 - 2x)\mathrm{e}^x$.

On sait que :
- la fonction $x \longmapsto e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$
- la fonction $x \longmapsto 5 - 2x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

Donc par produit, la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
Et $f\,'(\mathrm{x}) = -2 \times e^x + (5 - 2x) \times e^x = e^x\,(-2 + 5 - 2x)$
Donc $f\,'(\mathrm{x}) = e^x\,(3 - 2x)$

3. Étudier le sens de variation de la fonction f.

On sait que : $e^x > 0$ sur $\mathbb{R}$,
Alors $f'(x)$ est du signe de $3 - 2x$, qui s'annule en 1,5.

x	$-\infty$		1,5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$\nearrow$	$2e^{1,5}$	$\searrow$	

4. En déduire que le point D admet comme coordonnées $(1{,}5\,;\ 2\mathrm{e}^{1,5})$.

Le point D correspond au maximum de la fonction,
donc d'après le tableau de variations ci-dessus : $D(1{,}5\,;\ 2e^{1,5})$

5. a. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A.

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est : $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$
Avec $f(0) = 5$ et $f'(0) = e^0(3 - 2 \times 0) = 1 \times 3 = 3$
Donc l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est : $y = 3x + 5$

b. Le point D appartient-il à cette tangente ?

Testons l'équation de cette tangente avec les coordonnées de $D(1{,}5\,;\ 2e^{1,5})$
$3x_D + 5 = 3 \times 1{,}5 + 5 = 9{,}5 \neq 2e^{1,5}$
Donc le point D n'appartient pas à cette tangente.